1. feladat (14 pont)

Legyen $z = \sqrt{12} + 2i$. Határozza meg a

$$\frac{z+i}{\overline{z}+i}, \qquad \text{és} \qquad \sqrt{iz}$$

komplex számok valós és képzetes részét!

2. feladat (14 pont)

Írja le az algebra alaptételét!

Határozza meg a

$$z^4 - 2iz^3 + 3z^2$$

polinom komplex gyökeit, és írja fel a gyöktényezős alakját!

3. feladat (16 + 16 = 32 pont)

Határozza meg az

a) $a_n = \left(\frac{n^2+2}{n^2-5}\right)^{2n^2+3}$;

b) $b_n = \sqrt[n]{\frac{n^2+3n}{2n^3-n+1}}$;

sorozatok határértékét, ha léteznek!

4. feladat (16 pont)

Határozza meg a

$$c_n = \frac{(-10)^{n-1} + n^2 \cdot 3^{2n+2}}{5^{n-1} \cdot 2^{n+1} + 1}$$

sorozat határértékét, ha létezik!

5. feladat (24 pont)

Legyen $a_1 = 11$ és $a_{n+1} = \sqrt{\frac{a_n^2 + 9}{2}}$ minden $n \in \mathbb{N}^+$ esetén!

Vizsgálja a rekurzióval adott sorozatot monotonitás, korlátosság és konvergencia szempontjából!

$$\inf a_n = ? \qquad \sup a_n = ? \qquad \lim a_n = ?$$

6. feladat (2 + 2 + 1 + 3 = 8 pont, IMSC-seknek javasolt)

Írjunk az n tízes számrendszerben felírt alakja elé tizedes pontot, és ez elé egy 0 számjegyet. A kapott véges tizedes tört legyen a_n. (Azaz $a_n = 0.n$)

a) Adja meg az a_n sorozat olyan részsorozatát, aminek határértéke 1!

b) Adja meg az a_n sorozat olyan részsorozatát, aminek határértéke 0!

c) Adja meg az a_n sorozat olyan részsorozatát, aminek határértéke 0.5!
Ha valamelyik nem létezik, indokolja!

d) Adja meg az a_n sorozat torlódási pontjainak halmazát!