1. feladat (10 pont)

Definícióval igazolja a következő állítás helyességét! ($N(\varepsilon) = ?$)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n-1}{n+5} = 3$$

2. feladat (10 + 10 + 10 = 30 pont)

Határozza meg a következő sorozatok határértékét! (Tanult szabályokat, tételeket használhat.)

a) $a_n = \sqrt{n^2+2n} - n$;

b) $b_n = \sqrt[n]{\dfrac{n^3+1}{n+5}}$;

c) $c_n = \dfrac{n! + 3^n}{5^n + n^3}$.

3. feladat (6 + 6 + 9 + 9 = 30 pont)

$$z_1 = 5\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right), \qquad z_2 = -1 - \sqrt{3}\cdot i$$

Határozza meg a következő mennyiségeket az előírt alakban!

a) z_1, algebrai alakban;

b) z_2, exponenciális vagy trigonometrikus alakban;

c) $z_1 \cdot z_2$, algebrai alakban;

d) z_2^{10}, exponenciális vagy trigonometrikus alakban.

4. feladat (10 + 10 + 10 = 30 pont)

$$f(x) = \frac{|x^2+x-2|}{x^2-1}$$

Határozza meg a következő határértékeket! (Tanult szabályokat, tételeket használhat.)

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = ?$

b) $\lim\limits_{x\to-1-0} f(x) = ?$

c) $\lim\limits_{x\to+1+0} f(x) = ?$

5. feladat (10 pont, IMSC-seknek javasolt)

Határozza meg az

$$a_n = \sin\left(n \cdot \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right)$$

numerikus sorozat torlódási pontjait, limesz inferiorját és limesz szuperiorját! Létezik-e a sorozat határértéke? (Indokoljon!)