1. feladat (6 + 14 = 20 pont)

a) Definiálja, mit jelent, hogy az $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ valós sorozat határértéke $A \in \mathbb{R}$!

b) A definíció alapján igazolja az alábbi határértéket! ($N(\varepsilon) = ?$)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{6n^2 + n + 1}{2n^2 + 20} = 3$$

2. feladat (10 + 10 + 10 = 30 pont)

Határozza meg (a tanult tételek, szabályok alapján) a következő határértékeket!

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n\,\ln(n) + 3\cdot 2^{2n+1}}{4^{n+3} + 5n^6} = ?$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n^2 + 5n + 1} - n = ?$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2n+3}{5+2n}\right)^{n+3} = ?$

3. feladat (7 + 13 = 20 pont)

a) $\dfrac{2+3i}{i+4} = ?$ Az eredményt algebrai alakban adja meg!

b) $\sqrt[3]{8i} = ?$ A gyököket trigonometrikus vagy exponenciális alakban adja meg, és ábrázolja is!

4. feladat (8 + 22 = 30 pont)

$$f(x) = \frac{x\cdot \sin(x^2 - 4)}{x^2 - 5x + 6}$$

a) Határozza meg azt a legbővebb $D_f \subset \mathbb{R}$ halmazt, ahol a függvény értelmezhető! Mely pontokban folytonos a függvény, miért?

b) Határozza meg a függvény szakadási helyeit és a szakadások típusait! A szakadási pontokban adja meg a függvény bal és jobb oldali határértékét is!

5. feladat (5 + 5 = 10 pont, IMSC-seknek javasolt)

a) Adjon példát olyan $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvényre, amelynek a nulla kivételével minden helyen zérus a határértéke, de a nullában nem létezik a határértéke!

b) Igazolja, hogy nem létezik olyan $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény, amelynek a nullában 1 a határértéke, minden más pontban pedig nulla!