**ANALÍZIS A1** **1. Pótzárthelyi** **2025.**
Mérnökinformatikus BSc β-variáns

**1. feladat (8 + 8 + 8 = 24 pont)**

Legyen $w = 1 - \sqrt{3}i$.

a) Adja meg $w$ exponenciális alakját!

b) Számolja ki $w^{19}$ értékét, és az eredményt algebrai alakban adja meg!

c) Oldja meg a $z^2 + 1 = w$ egyenletet $z$-re! Az eredményt trigonometrikus alakban adja meg!

**2. feladat (13 + 10 = 23 pont)**

Határozza meg (a tanult tételek, szabályok alapján) a következő határértékeket!

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\dfrac{3^{n+2} + 2n^3}{2 + 7n}} = ?$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5^n + n^n}{n^3 \cos^2(n) + n!} = ?$

**3. feladat (6 + 15 = 21 pont)**

a) Mikor mondjuk, hogy $\lim_{x\to x_0} f(x) = A$? Mondja ki a definíciót! ($x_0 \in \mathbb{R}, A \in \mathbb{R}$)

b) A definíció alapján igazolja, hogy

$$\lim_{x\to 2} \frac{15}{3x - 1} = 3. \qquad (\delta(\varepsilon) = ?)$$

**4. feladat (12 + 10 + 10 = 32 pont)**

Határozza meg az alábbi függvényhatárértékeket!

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{\cos(x) - 1} = ?$

b) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{\sinh(2 + 3x)}{e^{3x-1}} = ?$

c) $\lim\limits_{x\to -\infty} x \cdot \left(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 2}\right) = ?$

**5. feladat (5 + 5 = 10 pont, IMSC-seknek javasolt)**

a) Adjon példát olyan valós számsorozatra, amelynek a valós torlódási pontjai a pozitív egész számok!

b) Igazolja, hogy ha egy valós számsorozatnak minden pozitív egész szám torlódási pontja, akkor a $+\infty$ is torlódási pontja!